

Lo spessimetro (a cura di Elena Pizzinini)

1) Che cos'è?

Lo spessimetro è uno strumento (brevettato dalla ditta Saint Gobain) dal funzionamento piuttosto semplice che permette di misurare lo spessore di un vetro, ad esempio montato su una finestra, cioè anche quando non è possibile raggiungere contemporaneamente le due superfici del vetro. E' costituito da una piastrina rettangolare con attaccate alle due estremità minori due alette pieghevoli a forma di triangolo, con un angolo di 45° (vedi fig. 1 e 2)



Fig. 1- lato anteriore

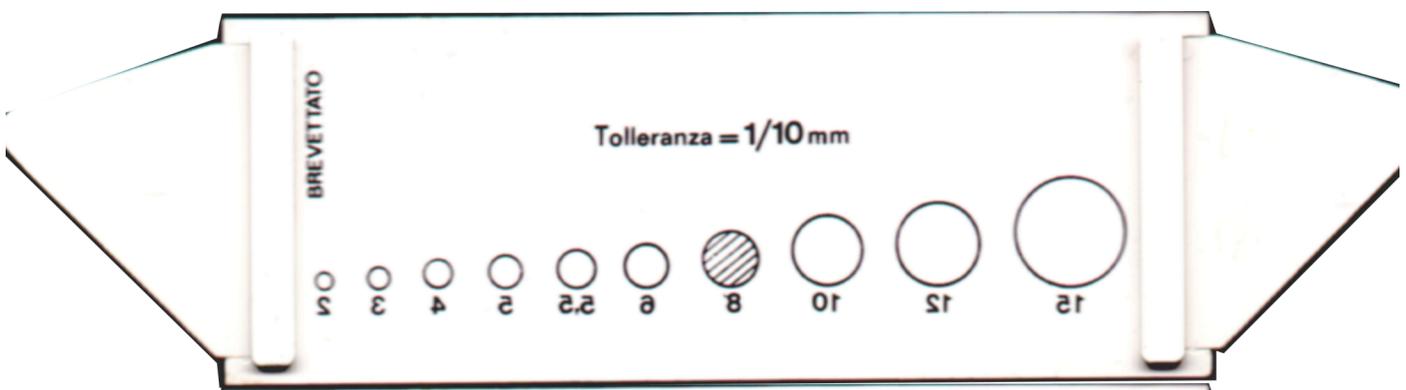


Fig. 2 - lato posteriore

2) Come si usa

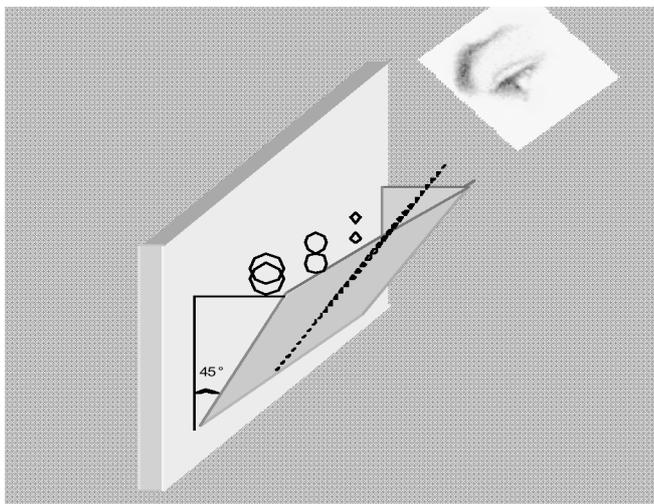


fig.3

Lo spessivetro deve essere posizionato sul vetro con le alette ripiegate a 90° gradi: in questo modo la piastrina risulta inclinata di 45° rispetto al piano del vetro. L'osservatore deve posizionarsi in modo da vedere solamente il bordo superiore dello spessivetro (fig. 3).

Osservando le due serie di cerchi riflesse sul vetro si nota che due soli cerchi risultano essere tangenti tra loro. Il numero corrispondente indicato sullo spessivetro dà lo spessore in millimetri del vetro (a rigore questo vale per i vetri - lastra semplice - della Saint-Gobain poiché lo spessivetro è fornito da quella fabbrica e dunque tarato su quel tipo di vetro).

3) Come funziona

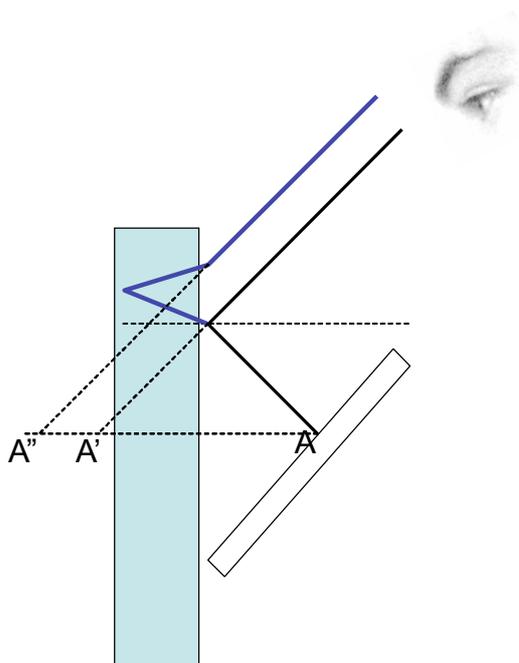


Fig.4

Innanzitutto spieghiamo perché osserviamo due immagini, cioè due cerchi riflessi nel vetro.

Questo avviene perché i raggi luminosi che giungono sulla superficie del vetro non vengono totalmente rifratti, ma anche parzialmente riflessi. La percentuale di luce riflessa dipende dall'angolo di incidenza e sarà maggiore se l'angolo di incidenza è grande; dunque una prima immagine è dovuta al fenomeno della riflessione.

La parte di luce però che passa attraverso il vetro subisce il fenomeno della rifrazione e quando arriva sulla superficie inferiore del vetro abbiamo ancora una parziale riflessione e rifrazione.

La parte riflessa torna indietro nel vetro e dopo un'altra rifrazione riemerge in direzione parallela rispetto alla direzione dei raggi riflessi dalla superficie superiore.

Se noi procediamo alla lettura posizionandoci come spiegato sopra, il nostro occhio percepirà i raggi che emergono dal vetro formando un angolo di 45° con il piano del vetro, ossia quei raggi che incidendo con un angolo $i = 45^\circ$ vengono subito parzialmente riflessi e quelli che, dopo aver subito un'ulteriore rifrazione riemergono in direzione parallela ai primi.

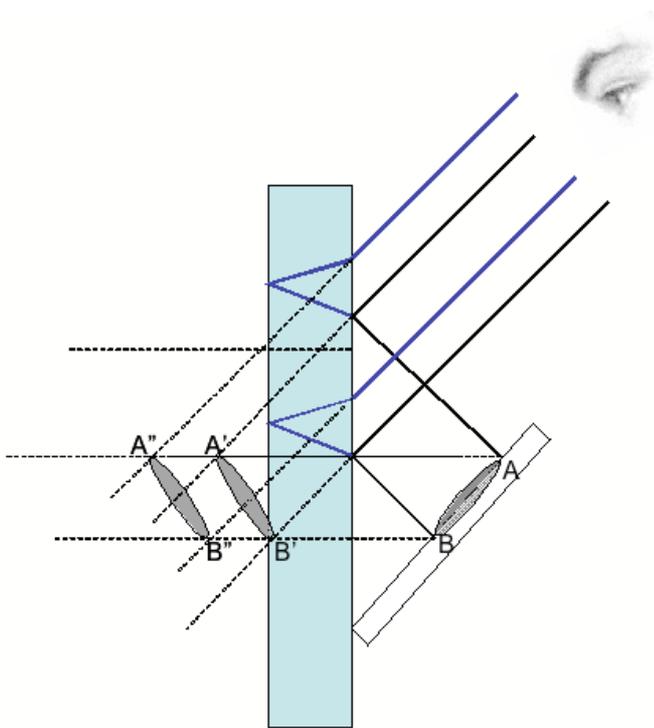


Fig 5

Ora se le due circonferenze riflesse nel vetro si intersecano (fig.5), lo spessore indicato sotto di esse è maggiore rispetto al reale spessore del vetro (A e B sono rispettivamente il punto superiore e inferiore della circonferenza disegnata sul lato interno dello spessivetro)

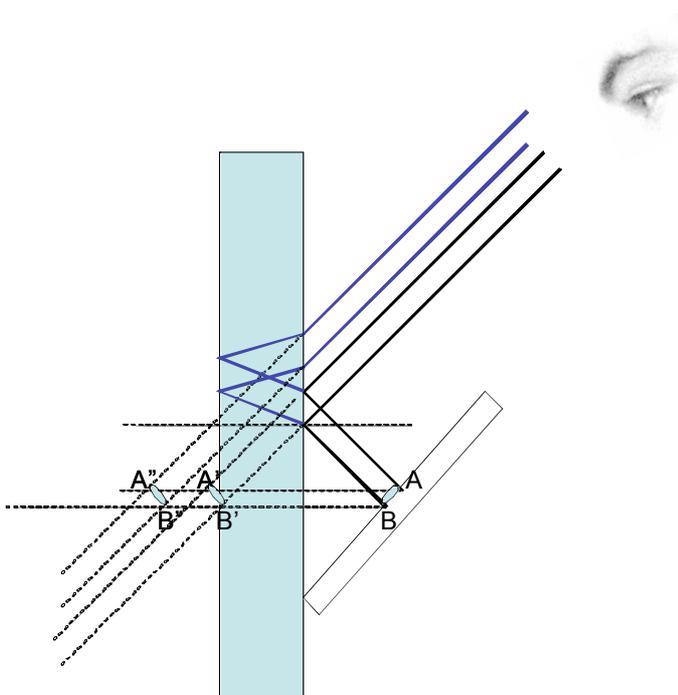


Fig 6

Viceversa quando le due circonferenze riflesse sono esterne lo spessore indicato è minore rispetto al reale spessore del vetro (fig. 6)

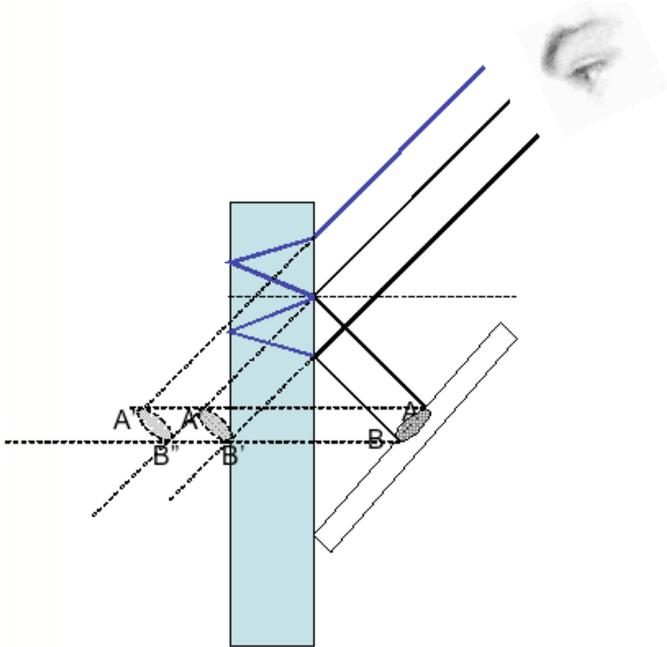


Fig 7

Se le due circonferenze sono tangenti esternamente, allora il numero indicato sotto di esse corrisponde esattamente allo spessore del vetro, espresso in millimetri. Questa situazione si ha quando il raggio proveniente dal punto B e riflesso dalla superficie inferiore del vetro, riemerge nello stesso punto in cui incide il raggio proveniente dal punto A (fig. 7).

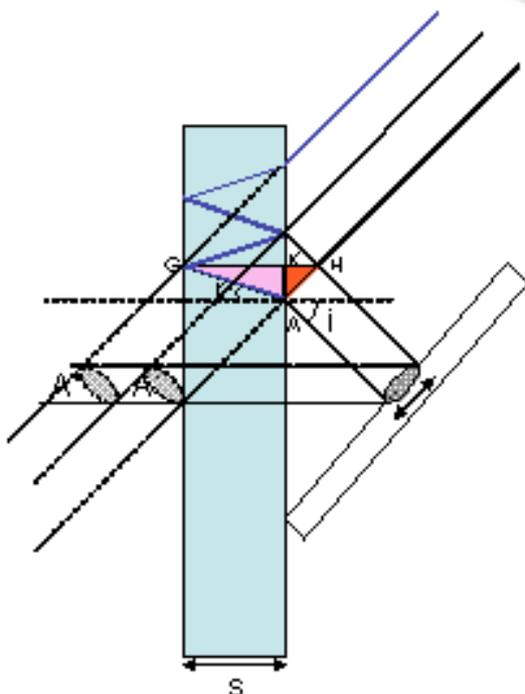
4) Un po' di calcoli

Per studiare il fenomeno quantitativamente bisogna trovare quale relazione intercorre tra lo spessore del vetro s , il diametro d delle circonferenze che risultano tangenti e l'indice di rifrazione relativo del vetro rispetto all'aria cioè:

$$\frac{n_{\text{vetro}}}{n_{\text{aria}}} = n_{\text{aria-vetro}} \cong n_{\text{vetro}}$$

che noi indicheremo semplicemente con n ; n può variare da 1,5 a 1,9 a seconda della composizione del vetro.

Fig 8



Dalla fig. 8 possiamo osservare che:

considerando il triangolo AHK

$$AK = d \sin i$$

considerando il triangolo AKG

$$AK = s \operatorname{tg} r$$

Dunque:

$$d \sin i = s \operatorname{tg} r$$

$$d = s \frac{\operatorname{tg} r}{\sin i} = s \frac{\sin r}{\cos r \sin i}$$

e poichè

$$n = \frac{\sin i}{\sin r}$$

si ha:

$$d = \frac{s}{n \cos r} \quad (1)$$

Inoltre:

$$\sin r = \frac{\sin i}{n} \text{ e } \cos r = \sqrt{1 - \sin^2 r} = \frac{1}{n} \sqrt{n^2 - \sin^2 i}$$

per cui sostituendo nella (1) si ottiene

$$d = \frac{s}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} \quad (2)$$

Nel nostro caso quando lo spessivetro è appoggiato al vetro e l'osservatore in posizione esatta, $i = 45^\circ$, la (2) diventa:

$$d = s \sqrt{\frac{2}{2n^2 - 1}} \quad (3a) \text{ oppure } s = d \sqrt{\frac{2n^2 - 1}{2}} \quad (3b)$$

Con queste relazioni noi possiamo, dato l'indice di rifrazione, calcolare i diametri delle circonferenze per i diversi spessori e quindi capire come è stato progettato lo spessivetro.

Oppure conoscendo d ed s possiamo utilizzare questo strumento per trovare l'indice di rifrazione, infatti dalle (3) abbiamo:

$$n = \sqrt{\frac{s^2}{d^2} + \frac{1}{2}} \quad (4)$$

L'incertezza nelle misure è dovuta principalmente alla difficoltà di stabilire esattamente quando le circonferenze sono tangenti.

Osservandole con una lente di ingrandimento si può constatare che le linee con cui sono tracciate hanno una larghezza di 0,3 mm (per la misura è stato utilizzato un regolo con sensibilità 0,1 mm).

Dunque nella determinazione della tangenza facciamo al massimo un errore di 0,3 mm. Supponiamo ad esempio che le circonferenze che appaiono tangenti abbiano un diametro: $d = (4,0 \pm 0,3)$ mm. Utilizzando la formula (3b) e prendendo $n = 1,54$ otteniamo $s = (5,5 \pm 0,4)$ mm

Sullo strumento è indicata un'incertezza nelle misure di $\pm 1/10$ di mm.

Naturalmente se nessuna delle coppie di circonferenze è tangente allora potremmo dire soltanto fra quali valori lo spessore del vetro è compreso.

Altra causa di errore potrebbe essere una scorretta posizione di osservazione; se ad esempio facciamo un errore di $\pm 2^\circ$ nella direzione di osservazione allora l'angolo di incidenza i , potrebbe essere 47° oppure 43° .

Se in queste condizioni le circonferenze tangenti hanno, ad esempio, un diametro $d = 4,0$ mm, utilizzando la relazione:

$$s = d \sqrt{n^2 - \sin^2 i}$$

con $n = 1,54$

per $i = 47^\circ$ abbiamo $s = 5,4$ mm

per $i = 43^\circ$ abbiamo $s = 5,5$ mm

Altra causa di errore potrebbe essere quella di usare lo spessivetro per misure su vetri aventi indici di rifrazione diversi rispetto a quello per il quale è stato progettato.

Se ad esempio

$n = 1,9$

sempre riferendoci al caso precedente, $d = 0,4$ mm, risulterebbe:

$s = 7,1$ mm

Utilizzando la relazione (4), possiamo calcolarci l'indice di rifrazione del vetro (lastra semplice) SAINT-GOBAIN, per cui lo spessivetro è stato progettato.

I diametri delle circonferenze tracciate sullo spessivetro sono stati misurati con lente e regolo al decimo di millimetro:

| d(mm) diametro della circonferenza $\pm 0,2\text{mm}$ | s (mm) spessore del vetro indicato sullo strumento | n - indice di rifrazione del vetro | |
|--|---|---------------------------------------|------|
| 1,6 | 2 | 1,44 | |
| 2,2 | 3 | 1,54 | |
| 2,9 | 4 | 1,55 | |
| 3,4 | 5 | 1,63 | |
| 4,0 | 5,5 | 1,55 | |
| 4,5 | 6 | 1,51 | |
| 5,7 | 8 | 1,57 | |
| 7,2 | 10 | 1,56 | |
| 8,6 | 12 | 1,56 | |
| 11,2 | 15 | 1,51 | |
| | | | |
| $n_{\text{medio}} =$ | 1,54 | $\delta =$ | 0,05 |

Il valore dell'indice di rifrazione dei vetri della lastra semplice - Saint-Gobain è:
 $n = (1,54 \pm 0,05)$.

5) Estensione

Si potrebbe pensare di utilizzare lo strumento per misurare lo spessore di una bottiglia, naturalmente tarandolo in maniera diversa; in questo caso la geometria del problema è molto più complicataci si può pensare!!!